

Abzählterme (Permutationen, Variationen, Kombinationen)

Jede mögliche Anordnung von n Elementen, in der alle Elemente verwendet werden, heißt **Permutation** dieser Elemente.

Anzahl der Permutationen

von n verschiedenen Elementen

$$P_n = n!$$

Beispiel: Wieviele Möglichkeiten gibt es, von 5 verschiedenen Feldern je eines mit den Farben rot, grün, schwarz, gelb und blau zu färben?
($5! = 120$)

von n Elementen mit Wiederholung
(n Elemente, von denen je $a_1; a_2; \dots; a_r$ untereinander gleich sind)

$$\overline{P}_n = \frac{n!}{a_1! \cdot a_2! \cdot \dots \cdot a_r!} \quad \text{mit } a_1 + a_2 + \dots + a_r = n$$

Beispiel 1: In einer Urne befinden sich drei rote, vier weiße und fünf schwarze Kugeln. Wieviele Anordnungsmöglichkeiten gibt es, wenn alle Kugeln gezogen und abgelegt werden und nur die Farbe eine Rolle spielt.
($12! / (3! \cdot 4! \cdot 5!) = 27720$)

Beispiel 2: Bei einem Sportfest wird eine Schule durch sechs Schüler der Klasse 8, acht Schüler der Klasse 9 und vier Schüler der Klasse 10 vertreten. Die Teilnehmer dieser Schule treten in einer Linie an. Wieviele Möglichkeiten der Anordnung gibt es, wenn nur die Zugehörigkeit zu den Klassen interessiert.
($18! / (6! \cdot 8! \cdot 4!) = 9189180$)

Jede mögliche Anordnung (**mit Berücksichtigung der Reihenfolge**) aus je k von n Elementen heißt **Variation** dieser Elemente.

Anzahl der Variationen k -ter Klasse

von n verschiedenen Elementen ohne Wiederholung

$$V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = \binom{n}{k} k!$$

Beispiel: Wieviele sechsstelligen Zahlen kann man aus den Ziffern 1, 2, ..., 9 bilden, wenn jede Ziffer nur einmal vorkommen darf?
($9! / (9-6)! = 60480$)

von n verschiedenen Elementen mit Wiederholung

$$\overline{V}_n^k = n^k$$

Beispiel: Wieviele dreistellige Zahlen kann man aus den Ziffern 4, 5, 6, 7 und 8 schreiben, wenn Ziffern wiederholt werden dürfen?
($5^3 = 125$)

Jede mögliche Anordnung (**ohne Berücksichtigung der Reihenfolge**) aus je k von n Elementen heißt **Kombination** dieser Elemente.

Anzahl der Kombinationen k -ter Klasse

von n verschiedenen Elementen ohne Wiederholung

$$C_n^k = \binom{n}{k}$$

Beispiel: Wieviele verschiedene Tippmöglichkeiten gibt es beim Lotto „6 aus 49“?
(13983816)

von n verschiedenen Elementen mit Wiederholung

$$\overline{C}_n^k = \binom{n+k-1}{k}$$

Beispiel: In einer Urne befinden sich fünf verschiedene Kugeln. Gezogen wird dreimal mit Zurücklegen. Wieviele verschiedene Anordnungen sind möglich?
($n=5, k=3 : 35$)