

Test

Arbeitszeit : 45min

Hilfsmittel : -Programmierbarer Taschenrechner mit Grafikdisplay und ohne Computeralgebra
-Tafelwerk

Hinweise : 1.) Alle Ergebnisse sind schlüssig zu begründen!

2.) Sollte aus dem Lösungsweg die Lösungsstrategie nicht eindeutig hervorgehen, muss diese verbal angegeben werden!

3.) Bei Näherungswerten werden **generell zwei Nachkommastellen** angegeben!

Alle Wahrscheinlichkeiten sind in Prozent anzugeben!

1. Ein Fußballer verschießt mit einer Wahrscheinlichkeit von 30% seine Elfmeter. Er hat höchstens drei Versuche und hört nach dem ersten Treffer auf. Die Zufallsvariable X beschreibe die Anzahl der Fehlversuche bis zum ersten Treffer beziehungsweise bis zum Ende der Versuchsserie. Bestimme die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Zufallsvariable X ! (2BE)
2. Eine Urne enthält drei weiße, sechs rote und eine schwarze Kugel. Ein Spieler zieht ohne Zurücklegen zwei Kugeln. Laut Gewinnplan erhält er für zwei weiße Kugeln 1 €, für zwei rote Kugeln 0,25 € und für eine rote und eine weiße Kugel 0,20 €. Ist eine schwarze Kugel unter den gezogenen, so muss der Spieler 1 € bezahlen. Ermittle die Wahrscheinlichkeitsverteilung für den „Gewinn“ des Spielers und prüfe rechnerisch, ob sich das Spiel auf lange Sicht lohnt. (3BE)
3. Drei grüne und drei weiße Kugeln befinden sich in einer Urne. Man zieht ohne Zurücklegen zufällig eine nach der anderen. X beschreibe die Anzahl der Züge, bis zwei weiße Kugeln gezogen sind.
 - a) Gib die Wahrscheinlichkeitsverteilung für X an!
 - b) Wie oft muss man im Mittel ziehen, bis man genau zwei grüne Kugeln gezogen hat? (4BE)
4. Man kauft eine Packung mit 20 Glühlämpchen. Der Hersteller gibt für eine Glühlampe eine „Jahresleuchtgarantie“ von 95% an. Mit welcher Wahrscheinlichkeit leuchten
 - a) mindestens 16 Lampen ...
 - b) mindestens 19 Lampen ...
 - c) alle 20 Lampen ein ganzes Jahr? (3BE)
5. In einer Urne befinden sich 8 weiße und 2 schwarze Kugeln. Gezogen wird fünfmal mit Zurücklegen. Die Zufallsvariable X beschreibe die Anzahl der weißen Kugeln nach fünfmaligem Ziehen. Bestimme die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ! (3BE)
6. Eine verfälschte Münze wird fünfmal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit für Wappen beträgt 0,6. Die Zufallsvariable X beschreibe die Anzahl der Wappen in den fünf Würfeln.
 - a) Gib die Wahrscheinlichkeitsverteilung für X an!
 - b) Berechne den Erwartungswert und die Varianz für X ! (4BE)
7. Aus einer Urne mit 10 weißen und 40 roten Kugeln wird zwanzigmal eine Kugel mit Zurücklegen gezogen. Die Zufallsvariable X sei die Anzahl der dabei gezogenen weißen Kugeln. Berechne $P(|X-\mu| \leq 2\sigma)$ (1BE)
8. Der Durchmesser X (in mm) von serienmäßig hergestellten Metallscheiben sei normalverteilt mit $\mu = 20$ und $\sigma = 0,5$. Für welche Durchmesserengenauigkeit ($20\pm c$) kann man mit 98% garantieren? (2BE)

Ausgewählte Lösungen:

1.) $P(X=0)=70\%$; $P(X=1)=21\%$; $P(X=2)=6,3\%$; $P(X=3)=2,7\%$

2.) $E(X)=3$ Cent 3.) $E(X)=3,5$ 4.) a) 99,74% b) 73,58% c) 35,85%

5.) $P(X=0)=0,03\%$... $P(X=5)=32,77\%$ 6.) $E(X)=3$ $V(X)=1,2$ 7.) 95,63% 8.) $c \geq 1,165$ mm